

***Ekonomické aspekty statistické
regulace pro vysoce způsobilé
procesy***

Kateřina Brodecká

Vysoce způsobilé procesy

- s rozvojem technologií a důrazem kladeným na aktivity neustálého zlepšování a zeštíhlování procesů současně rostou i požadavky na úroveň procesů
- je snahou, aby procesy dosahovaly vysoké způsobilosti
- **vysoce způsobilý proces** (anglické označení – *high yield, high sigma, high quality process*) = proces s velmi nízkým podílem neshodných jednotek / neshod dosahujícího řádu desítek PPM (*Parts Per Milion*)

Úroveň sigma	Index C_p	Index C_{pk}	Neshodné jednotky pro různé sigma v řádu PPM	
			Proces centrováný na μ	Posun o $1,5\sigma$
3	1,00	1,00	2700	66810
4	1,33	1,33	63	6210
5	1,67	1,67	0,57	233
6	2,00	2,00	0,002	3,4

Vysocce způsobilé procesy

Procedury pro statistické monitorování vysoce způsobilých procesů – měřitelné znaky kvality

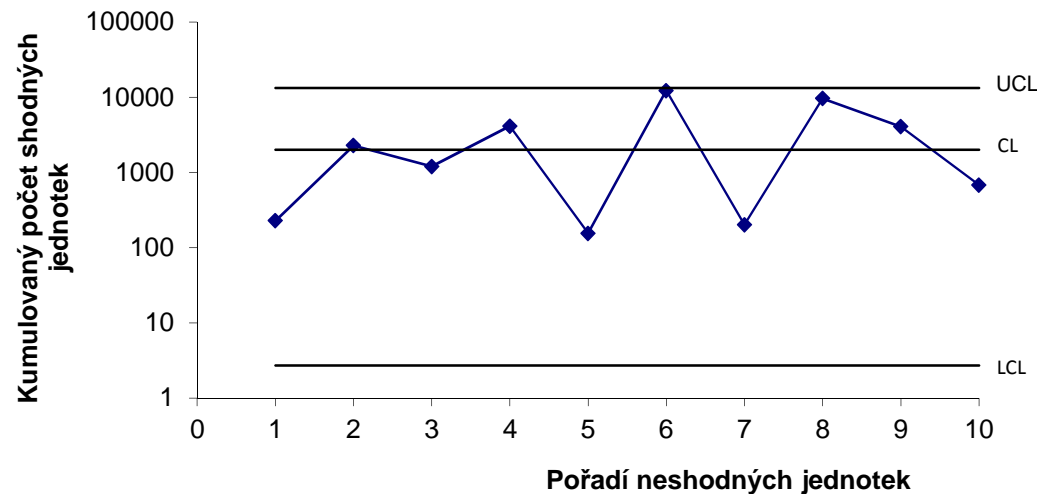
- Diagram CUSUM (Cumulative Sum Control Chart – Metoda kumulovaných součtů)
- Diagram EWMA (Exponentially Weighted Moving Average – Exponenciálně vážený klouzavý průměr)
- Modifikované regulační diagramy

Procedury pro statistické monitorování vysoce způsobilých procesů – atributivní znaky kvality

CCC diagram

- sleduje počet shodných jednotek mezi výskytem dvou po sobě jdoucích neshodných jednotek

$$CL = \bar{n} = \frac{1}{p} \qquad UCL = \frac{\ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{\ln(1-p)} \qquad LCL = \frac{\ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)}{\ln(1-p)}$$



Procedury pro statistické monitorování vysoce způsobilých procesů – atributivní znaky kvality

CCC-r diagram

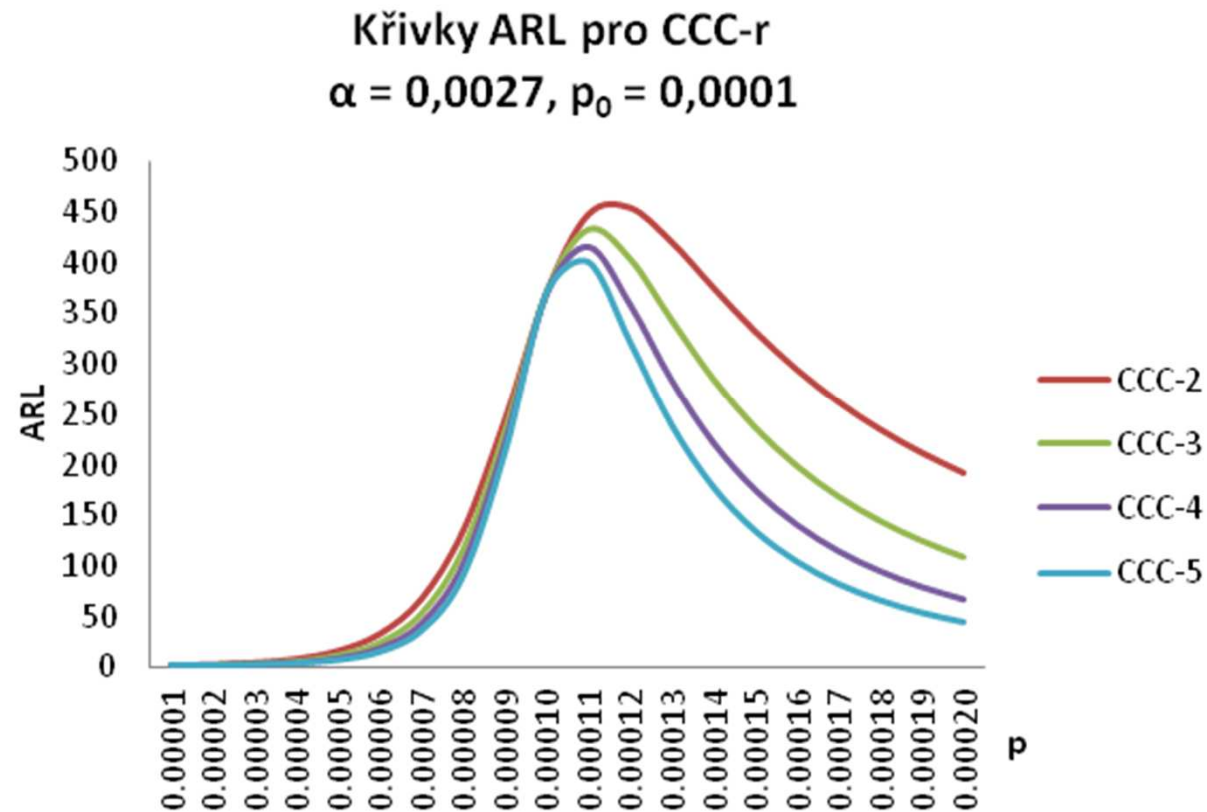
- modifikace CCC diagramu, sleduje počet shodných jednotek do výskytu r-té neshodné jednotky

$$F(CL, r, p) = \sum_{i=r}^{CL} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} = \frac{1}{2}$$

$$F(UCL, r, p) = \sum_{i=r}^{UCL} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad F(LCL, r, p) = \sum_{i=r}^{LCL} \binom{i-1}{r-1} p^r (1-p)^{i-r} = \frac{\alpha}{2}$$

- pro sestrojení diagramu nutné stanovit parametr r
- s rostoucí hodnotou parametru r se diagram stává citlivější pro odhalení malých změn v podílu neshodných jednotek p, nicméně je třeba zkontrolovat větší počet jednotek, tudíž rostou náklady na výběr a testování
- obvykle doporučováno volit hodnoty r v rozmezí 2-5 a pro podíl neshodných jednotek $p < 0.0001$ použít klasický CCC diagram

Procedury pro statistické monitorování vysoce způsobilých procesů – atributivní znaky kvality



Zdroj: Chen P. W., Cheng, Ch. S.: An ARL-unbiased Approach to Setting Control Limits of CCC-r Chart for High-Yield Processes, In: Journal of Quality, 2010

Procedury pro statistické monitorování vysoce způsobilých procesů – atributivní znaky kvality

CQC diagram

- představuje alternativu pro monitorování a řízení výskytu neshod v podmínkách vysoce způsobilých procesů

$$CL = -\lambda^{-1} \ln(0,5)$$

$$UCL = -\lambda^{-1} \ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

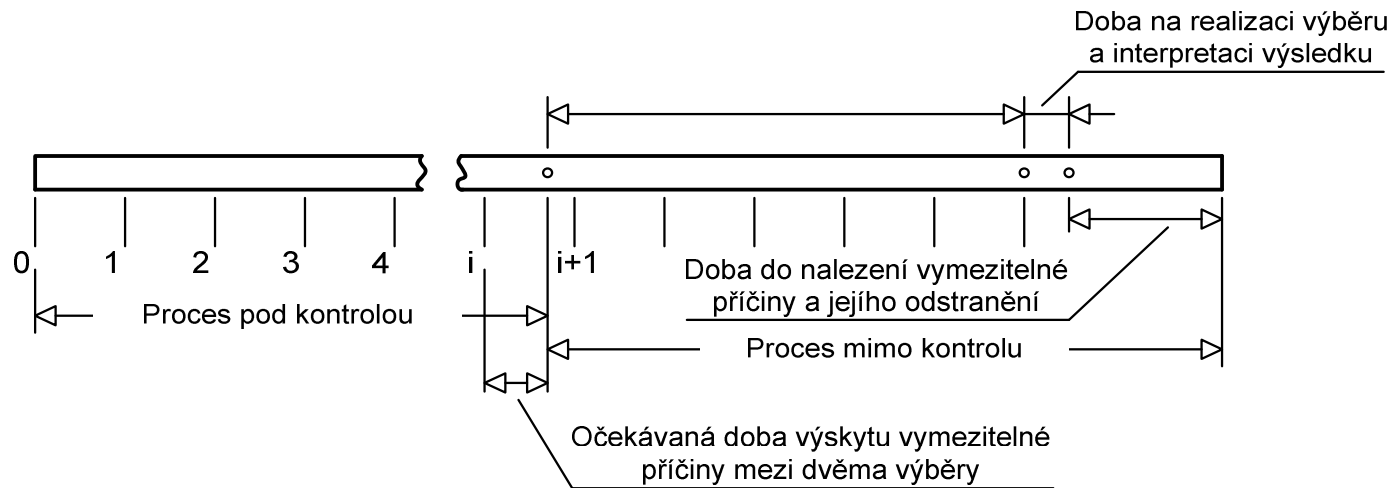
$$LCL = -\lambda^{-1} \ln\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)$$

Navrhování regulačních diagramů

- důležitou fází vlastní implementace regulačního diagramu je stanovení jeho parametrů
- nejčastěji se týká parametrů:
 - n – velikosti výběru,
 - h – délky kontrolního intervalu (doba mezi dvěma výběry),
 - k – vzdálenost regulačních mezí (počet směrodatných odchylek od centrální přímky) ,
 - u CCC-r diagramu vstupuje oproti klasickému CCC diagramu v úvahu ještě parametr r
- lze definovat čtyři způsoby:
 - použít pravidla stanovená Shewhartem
 - brát v úvahu statistická kritéria
 - brát v úvahu ekonomická kritéria
 - kombinovat statistická i ekonomická kritéria

Modely pro navrhování regulačních diagramů

- Duncanův model - původně zpracovaný pro regulační diagram pro výběrové průměry

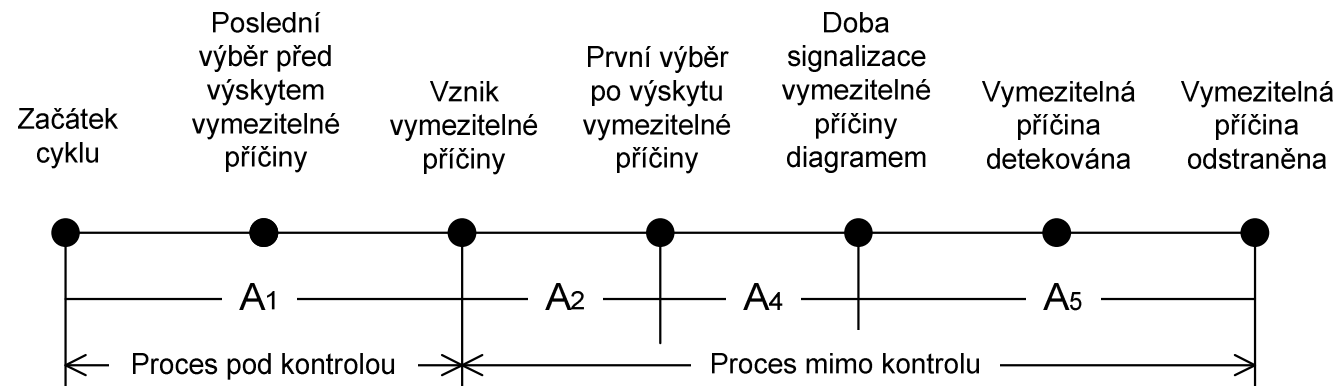


- ekonomické modely jsou formulovány pomocí očekávané celkové nákladové funkce vycházející z procesního cyklu

$$E(A) = \frac{E(C)}{E(T)} = \frac{V_0(1/\lambda) + V_1[h/(1-\beta) - \tau + gn + D] - a_2 - \hat{a}_2 \alpha e^{-\lambda h} / (1 - e^{-\lambda h}) - \frac{a_1 + a_2 n}{h}}{1/\lambda + h/(1-\beta) - \tau + gn + D}$$

Modely pro navrhování regulačních diagramů

- Lorenzenův a Vanceho model (L-V model) - univerzálně použitelný na různé typy regulačních diagramů



$$C = \frac{E(C)}{E(T)} = \frac{C_0/\lambda + C_1(-\tau + nE + h(ARL_1) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2) + \frac{sY}{ARL_0} + W}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{ARL_0} - \tau + nE + h(ARL_1) + T_1 + T_2} + \left(\frac{a + bn}{h}\right) \frac{1/\lambda - \tau + nE + h(ARL_1) + \delta_1 T_1 + \delta_2 T_2}{\frac{1}{\lambda} + \frac{(1 - \delta_1)sT_0}{ARL_0} - \tau + nE + h(ARL_1) + T_1 + T_2}$$

Modely pro navrhování regulačních diagramů

- Von Collaniho model - označuje cyklus jako obnovovací cyklus, který nevyjadřuje očekávanou délku cyklu, ale celkové množství jednotek vyrobených během cyklu

$$P(n, h, k) = \frac{b^* + E[A_I + A_{II}]hvg_2 - E[A_F]e^* - E[A_I + A_{II}]a^*n}{E[A_I + A_{II}]hv}$$

b^* - očekávaný zisk na obnovovací cyklus, nezahrnuje celkové náklady na výběr a testování a také náklady na odstranění vymezitelné příčiny

$E[A_I + A_{II}]hv$ - očekávaný počet jednotek vyrobených během cyklu

g_2 - očekávaný zisk z jednotky vyrobené po dobu, kdy je proces statisticky nestabilní

$E[A_F]$ - očekávaný počet falešných signálů (za dobu, kdy je proces statisticky stabilní)

e^* - očekávané náklady vzniklé po dobu, kdy je proces statisticky stabilní

a^*n - náklady na realizaci výběru a testování

Modely pro navrhování regulačních diagramů

- ekonomické návrhy pro CCC a CCC-r regulační diagram bývají aplikací zmíněných modelů
- návrhem optimálních parametrů CCC-r diagramů se mj. zabývali i autoři Ohta a spol, vycházející z původního modelu od Von Collaniho

$$\Pi(h, r, LCL) = \frac{E[G]}{E[T]}$$

$$E[G] = \{g_I E[A_I] + g_{II} E[A_{II}]\}hv - e\{E[A_F] + 1\} - \alpha E[x]E[A_I + A_{II}]$$

$$E[T] = \{E[A_I] + E[A_{II}]\}h + \{E[A_F] + 1\}\gamma$$

$E[x]$ - průměrný počet jednotek kontrolovaných do pozorování r-té neshodné jednotky

$E[x_I]$ - průměrný počet jednotek kontrolovaných do pozorování r-té neshodné jednotky ve stavu I

$E[x_{II}]$ - průměrný počet jednotek kontrolovaných do pozorování r-té neshodné jednotky ve stavu II

$E[A_I], E[A_{II}]$ - průměrný počet výběrů, když je proces ve stavu I, II

$E[A_F]$ - průměrný počet zbytečných signálů

α, β - pravděpodobnost chyby I druhu, II druhu

γ - čas pro šetření vymezené příčiny

e - náklady na šetření zbytečného signálu

a - náklady na výběr a testování pro vynešení bodu do diagramu (posouzení stavu procesu)

v - počet jednotek vyrobených za časovou jednotku operace

Navrhování regulačních diagramů

Nevýhody existujících modelů:

- náročnost výpočtu existujících modelů
- řada vstupních parametrů, které mohou být v praxi obtížně zjistitelné

Semi-ekonomický návrh regulačního diagramu CCC-r

Předpoklady semi-ekonomického návrhu:

- Proces začíná ve stavu statisticky stabilním, který koresponduje s úrovní procesu s podílem neshodných jednotek, nepůsobí-li vymežitelná příčina.
- Proces může mít více stavů statisticky nestabilních s tím, že každý je vázán s jinou vymežitelnou příčinou.
- Proces není samo-opravitelný.
- Cyklus procesu je definovaný jako časová perioda od začátku produkce (nebo po obnově) ve stavu I po odhalení a eliminaci vymežitelné příčiny poté, co dojde ke zhoršení procesu a proces přejde ze stavu I do stavu II.
- Stav I značí proces statisticky stabilní se známým podílem neshodných jednotek p_I . Stav II značí proces statisticky nestabilní se známým podílem neshodných jednotek p_{II} . Platí nerovnost $p_{II} > p_I$.

Semi-ekonomický návrh regulačního diagramu CCC-r

Předpoklady semi-ekonomického návrhu:

- Primární zájem je kladen na odhalení nárůstu podílu neshodných jednotek p . Tzn. pro optimální návrh je uvažována jenom dolní regulační mez LCL.
- Dolní regulační mez LCL je počítána pro známý podíl neshodných jednotek ve stavu I a definovanou hodnotu α .
- Délku kontrolního intervalu h uživatel volí dle konkrétních podmínek svého procesu.
- Rozsah výběru je roven jedné, což odpovídá podmínkám automatizované výroby s on-line kontrolou / testováním.
- Optimalizovanou veličinou je parametr r .

Semi-ekonomický návrh regulačního diagramu CCC-r

Očekávané náklady spojené s produkcí neshodných jednotek

- s rostoucí hodnotou parametru r je diagram citlivější pro odhalení nárůstu podílu neshodných jednotek, který je indikátorem zhoršení procesu

$$E[N] = g_{II} E[A_{II}] h v$$

- g_{II} – náklady na výrobu jednoho kusu, když je proces ve stavu II
- $E[A_{II}]$ – průměrný počet výběrů, když je proces ve stavu II

$$E[A_{II}] = \frac{1}{1 - \beta}$$

- β představuje pravděpodobnost chyby II druhu

$$\beta = 1 - \sum_{k=r}^{LCL} \binom{k-1}{r-1} p_{II}^r (1 - p_{II})^{k-r}$$

- p_{II} – podíl neshodných jednotek ve stavu II
- h – délka kontrolního intervalu
- v – počet kusů vyprodukovaných za časovou jednotku operace

Semi-ekonomický návrh regulačního diagramu CCC-r

Očekávané náklady na kontrolu / testování

- čím je parametr r vyšší, tím více jednotek musí být zkontrolováno / otestováno, aby bylo možné posoudit statistickou stabilitu procesu

$$E[KT] = aE[x]$$

- a – jednotkové náklady na kontrolu / testování
- $E[x]$ představuje průměrný počet jednotek kontrolovaných do pozorování r -té neshodné jednoty

$$E[x] = \frac{E[A_I]E[x_I] + E[A_{II}]E[x_{II}]}{E[A_I + A_{II}]}$$

- $E[x_I]$ a $E[x_{II}]$ představují průměrný počet jednotek kontrolovaných do pozorování r -té neshodné jednotky ve stavu I a ve stavu II

$$E[x_I] = \frac{r(1 - p_I)}{p_I} \qquad E[x_{II}] = \frac{r(1 - p_{II})}{p_{II}}$$

- $E[A_I]$ představuje průměrný počet výběrů, když je proces ve stavu I

$$E[A_I] = \frac{1}{e^{\lambda h} - 1}$$

Semi-ekonomický návrh regulačního diagramu CCC-r

Funkce celkových očekávaných nákladů

$$E[C] = E[NJ] + E[KT]$$

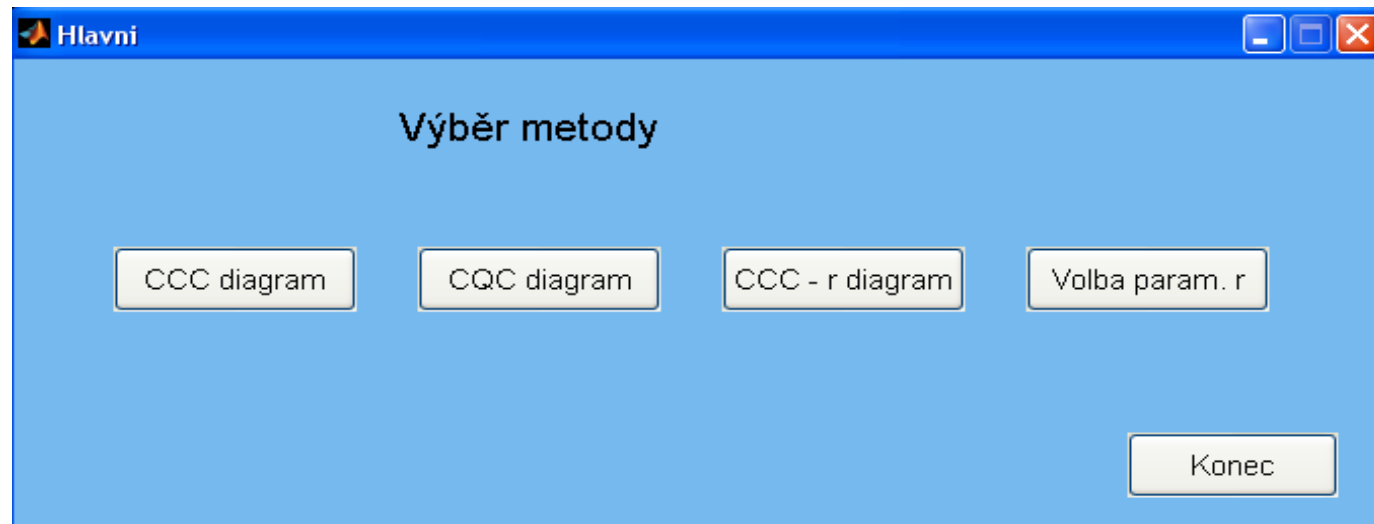
- cílem optimalizační úlohy je stanovit optimální parametr r tak, aby celkové náklady byly minimální

Přínos navrženého modelu

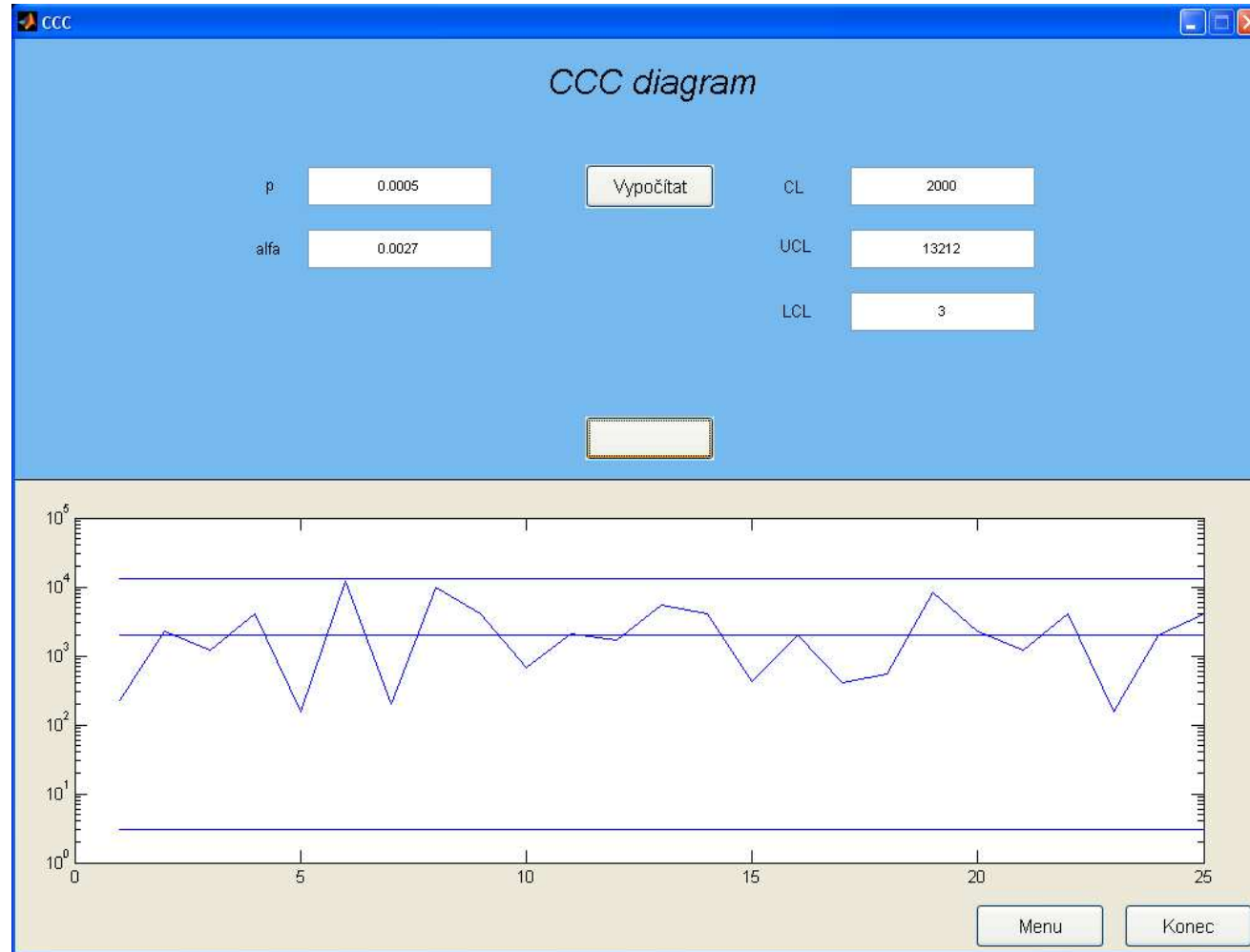
- zjednodušení výpočtu
- snížení počtu vstupních parametrů

Počítačová podpora pro sestrojení diagramů CCC, CQC, CCC-r

- důležitou roli při aplikaci statistických metod a nástrojů hraje počítačová podpora
- byla vytvořena aplikace, která ve svém menu nabízí možnost sestrojení diagramů CCC, CQC a CCC-r a stanovení optimálního parametru r u CCC-r diagramu podle vlastního návrhu



Počítačová podpora pro sestavení diagramů CCC, CQC, CCC-r



Počítačová podpora pro sestavení diagramů CCC, CQC, CCC-r

The screenshot shows a software window titled "volba_r" with the main heading "Volba parametru r". The interface is organized into several sections:

- Input Parameters (Left Column):**
 - pl: 0.0002
 - pll: 0.001
 - gll: 95
 - r: 0.00 (highlighted)
 - h: 0.003
 - v: 315
 - a: 0.3397
 - lambda: 0.0125
 - alfa: 0.0027
- Calculation Button:** A button labeled "Vypočítat" is positioned between the input and output sections.
- Output Values (Right Column):**
 - CL: 13370
 - UCL: 54344
 - LCL: 1060
 - Hledaně r: 3 (indicated by red text)
- Reset Button:** A button labeled "Reset hodnot pro další výpočet" is located below the output values.
- Navigation Buttons:** "Menu" and "Konec" buttons are located at the bottom right of the window.



DĚKUJI ZA POZORNOST